

Nota sulle funzioni polinomiali definite su campi infiniti

Sia K un campo infinito. Siano $f(X), g(X) \in K[X]$ e supponiamo che le funzioni polinomiali $F, G : K \rightarrow K$ ad essi associate coincidano. Allora, per ogni $\alpha \in K$, si ha

$$f(\alpha) = F(\alpha) = G(\alpha) = g(\alpha).$$

Ne consegue che ogni $\alpha \in K$ è radice del polinomio $f(X) - g(X)$. Poiché dunque l'insieme delle radici di questo polinomio è infinito, tale polinomio è nullo, ossia, $f(X) = g(X)$.